

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ТОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ТГПУ)

Утверждаю
_____/Макаренко А. Н./
декан физико-математического факультета
« ____ » _____ 2013 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б.2.В.05 «ВВОДНЫЙ КУРС МАТЕМАТИКИ»

ТРУДОЁМКОСТЬ (В ЗАЧЁТНЫХ ЕДИНИЦАХ) _____ 3 _____

Направление подготовки: 230400.62 – информационные системы и технологии

Степень выпускника – бакалавр

1. Цели изучения дисциплины:

Целью дисциплины является формирование научного представления об основных теоретико-множественных понятиях, служащих фундаментом современной математики. Этот курс является необходимым компонентом фундаментальной подготовки математиков.

Основной задачей изучения дисциплины является формирование у студентов теоретических знаний и практических навыков в области теории множеств.

2. Место учебной дисциплины в структуре основной образовательной программы.

Дисциплина «Вводный курс математики» относится к числу дисциплин математического и естественнонаучного цикла (вариативной части). Она является неотъемлемой частью профессионального математического образования студента.

Для освоения данной дисциплины требуются математические знания, полученные в ходе освоения школьной программы.

Усвоение этой дисциплины необходимо для успешного освоения следующих учебных дисциплин: «Математика», «Дискретная математика и математическая логика», «Элементы теории алгебраических систем», «Исследование операций».

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

Процесс изучения дисциплины «Вводный курс математики» направлен на формирование следующих компетенций:

Общекультурные компетенции (ОК):

- владение культурой мышления, способностью к обобщению, анализу и восприятию информации (ОК 1);
- умение применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для интеллектуального развития, повышения культурного уровня (ОК 5).

Профессиональные компетенции (ПК):

- способность проводить моделирование процессов и систем (ПК 5);
- способность проводить сбор, анализ научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования (ПК 23);
- способность обосновывать правильность выбранной модели, сопоставляя результаты экспериментальных данных и полученных решений (ПК-25)
- способность использовать математические методы обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований (ПК-26).

В результате изучения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия теории множеств, теории бинарных отношений, теории отображений, теории комбинаторики;
- формулировки и доказательства основных теорем «Вводного курса математики».

Уметь:

- оперировать следующими понятиями: равенство множеств, подмножество, операции над множествами, бинарное отношение, отображение;
- решать комбинаторные задачи.

Владеть:

- навыками самостоятельной работы и умением находить и перерабатывать дополнительную информацию в прикладных задачах;
- навыками доказательства методом математической индукции, методом от противного.

4. Общая трудоемкость дисциплины 3 зачётных единицы и виды учебной работы.

Вид учебной работы	Трудоемкость (в соответствии с учебным планом) (час)	Распределение по семестрам (в соответствии с учебным планом) (час)
	108	1
Аудиторные занятия	57 (в том числе в интеракт. – 6)	57 (в том числе в интеракт. – 6)
Лекции	19	19
Практические занятия	38	38
Семинары		
Лабораторные работы		
Другие виды аудиторных работ		
Другие виды работы		
Самостоятельная работа	51	51
Курсовой проект (работа)		
Реферат		
Расчетно-графические работы		
Формы текущего контроля		
Формы промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом		Зачёт

5. Содержание учебной дисциплины

5.1. Разделы учебной дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (темы)	Аудиторные часы					Самостояте льная работа (час)
		ВСЕГО	лекции	практические (семинары)	Лаборато рные	В т.ч. интерактивные формы обучения (не менее 10%)	
1.	Множество. Операции над множествами.	12	4	8		2	12
2.	Бинарные отношения.	18	6	12		2	12
3.	Отображение.	15	5	10		2	13
4.	Элементы комбинаторики.	12	4	8			14
	Итого:	57 / 1,58 з.ед.	19	38		6 / 10,5%	51

5.2. Содержание разделов учебной дисциплины

№	Тема	Содержание
1.	Множество. Операции над множествами	Понятие множества. Пустое множество, универсальное множество. Подмножество. Равенство множеств. Операции над множествами: пересечение, объединение, разность, дополнение. Свойства операций. Основные законы, которым подчиняются операции над множествами.

		Декартово произведение множеств.
2.	Бинарные отношения	Понятие бинарного отношения (б. о.). Операции над бинарными отношениями: пересечение, объединение, разность, дополнение, инверсия, произведение. Свойства б.о.: рефлексивность, симметричность, транзитивность. Отношение эквивалентности. Понятие разбиения. Теоремы о связи между разбиениями и эквивалентностями. Отношение порядка. Линейно упорядоченное и частично упорядоченное множества. Наибольший и наименьший; максимальный и минимальный элементы.
3.	Отображение	Понятие отображения. Образ и прообраз. Инъективные, сюръективные и биективные отображения. Произведение (композиция) отображений. Свойства операции произведения. Теорема о произведении инъективных и сюръективных отображений. Тождественное (единичное) отображение. Обратное отображение. Критерий обратимости отображения. Теорема о взаимно однозначном соответствии между множеством разбиений множества A и множеством отношений эквивалентности на A. Равномощные множества. Конечные и бесконечные множества. Основная теорема о конечных множествах. Теорема Кантора.
4.	Элементы комбинаторики	Перестановки, размещения, сочетания. Правило произведения. Вывод формул для вычисления количества перестановок, размещений, сочетаний. Формула бинома Ньютона.

5.3. Тематика практических занятий.

№ п/п	№ раздела дисциплины из табл. 5.1	Тематика практических занятий (семинаров)	Трудоёмкость (час.)
1.	Множество. Операции над множествами	Доказательство равенства множеств. Свойства операций над множествами. Построение булеана.	8
2.	Бинарные отношения	Операции над бинарными отношениями. Свойства бинарных отношений, их графы. Эквивалентность и разбиение. Отношение порядка и его свойства.	12
3.	Отображение	Примеры отображений, их свойства. Композиция отображений. Обратные отображения. Примеры равномощных множеств.	10
4.	Элементы комбинаторики	Правила суммы и произведения. Примеры размещений, сочетаний и перестановок. Бином Ньютона.	8

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1. Основная литература по дисциплине:

- Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов / В. И. Игошин.-3-е изд.,

- стереотип. – М.: Академия, 2008. – 446 с.
- Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов / В. И. Игошин. – 4-е изд., стереотип. – М.: Академия, 2008. – 302 с.
 - Забарина А. И. Алгебра : понятие отображения : учебно-методическое пособие / А. И. Забарина, Г. Г. Пестов, Е. А. Фомина. – Томск : Издательство ТГПУ, 2013. – 64 с.
 - Стойлова Л.П. Математика: учебник для вузов /Л. П. Стойлова. – М: Академия, 2007. – 431 с.
 - Судоплатов С.В. Дискретная математика: учебник для вузов / С. В . Судоплатов, Е. В. Овчинникова. – изд. 2-е, перераб. – М.:ИНФРА-М, [и др.], 2009. – 255 с.

6.2. Дополнительная литература:

- Виленкин Н.Я. Комбинаторика / Н.Я. Виленкин. – М: ФИМА, 2006. – 399с.
- Вольвачёв Р.Т. Элементы математической логики и теории множеств / Р.Т. Вольвачёв. – Минск, Университетское, 1986. – 111с.
- Забарина, А.И. Элементы теории множеств / А.И. Забарина, Е.А. Фомина. – Томск, 2009. – 16 с.
- Забарина, А.И. Бинарные отношения / А.И. Забарина. – Томск, 2004. – 24 с.
- Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. – М: Физматлит, 2002. – 255с.

6.3. Средства обеспечения освоения дисциплины

- Дубравина Т.В. Дискретная математика: Основные теоретико-множественные конструкции. Ч. I: Учебное пособие// Электронно-библиотечная система «КнигаФонд». URL: <http://www.knigafund.ru/books/42909> (дата обращения: 27.08.2012).
- Математический интернет-портал «Вся математика»: <http://www.allmath.ru>.
- Образовательный математический сайт <http://www.exponenta.ru>.

4.

6.4. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

№ п/п	Наименование раздела (темы) учебной дисциплины	Наименование материалов обучения, пакетов программного обеспечения	Наименование технических и аудиовизуальных средств, используемых с целью демонстрации материалов
1	1-4 (см. таб. 5.1)	Табличный процессор (Microsoft Office Excel / OpenOffice.org Calc). Математические пакеты Mathcad и Mathematica.	Мультимедийный компьютерный класс, интерактивная доска, наличие локальной и глобальной сети.

7. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

7.1. Методические рекомендации преподавателю

Вводный курс математики (ВКМ) играет роль посредника между школьной и высшей математикой. Как правило, многие студенты испытывают трудности с выражением своих мыслей, с доказательством даже несложных (на взгляд преподавателя) утверждений. Здесь нужно обратить внимание на постоянную работу с определениями понятий; на выделение посылок (данных) в утверждениях, и следствия (того, что нужно доказать).

Рекомендуется сопровождать (где это возможно) определения понятий как математическими, так и нематематическими примерами, предлагать студентам придумать собственные примеры к рассматриваемому понятию. Также можно рекомендовать студентам работу в парах, «защиту» решения заданий небольшими группами. Это создаёт психологически благоприятную ситуацию для освоения материала.

Для организации самостоятельной работы студентов можно использовать методические пособия, указанные в пункте 6.2.

Для контроля усвоения материала курса рекомендуется проводить небольшие текущие проверочные работы после изучения темы (4 работы; по последней теме проверочная работа не проводится). Также рекомендуется проводить консультации для студентов, на которых прорабатывать непонятый ими материал.

Типы заданий, способствующих усвоению дисциплины.

1. Задания с ошибками (используются для работы с определениями и формулировками теорем).

Например. Студент дал такое определение: Объединение двух множеств – это элементы как первого, так и второго множества.

Является ли данное определение точным? избыточным? недостаточным?

[Определение не является точным, не указано определяемое понятие: объединение множество – это **множество**; определение недостаточно: объединение множество – это **множество**, состоящее из **всех** элементов первого множества, **всех** элементов второго множества и только из них]

2. Доказательство утверждений с пропусками.

Например. Докажите тождество: $A \setminus B = A \cap \bar{B}$.

а) $x \in A \setminus B \rightarrow x \in \dots$ и $x \dots B \rightarrow x \in \dots$ и $x \in \dots \rightarrow x \in A \cap \bar{B}$;

б) $x \in A \cap \bar{B} \rightarrow x \in A \dots x \in \dots \rightarrow x \in A \dots x \notin \dots \rightarrow x \in A \setminus B$.

7.2. Методические рекомендации для студентов

«Вводный курс математики» изучает понятия, являющиеся основными для всей математики: множество, отношение, отображение. Базой для освоения этих понятий являются математические знания, полученные в средней школе.

Данный курс систематизирует имеющиеся знания, дополняет их новыми понятиями. Содержание курса составляют определения, примеры, необходимые пояснения, теоремы и их доказательства. Именно на доказательствах утверждений делается акцент в изучении этого предмета.

При доказательствах теорем нужно научиться вычленять, что дано, и что нужно доказать. В «больших» теоремах сложно сразу удержать всю логику доказательства. В таких случаях доказательство нужно разбить на части и осваивать его по частям.

Для успешного усвоения материала данного курса необходимо:

- посещение лекций;
- активная работа на практических занятиях;
- самостоятельная работа.

На лекциях преподаватель вводит новые понятия; приводит примеры, поясняющие определение; доказывает основные теоремы. По ходу лекции преподаватель задаёт вопросы, помогающие ему понять, насколько хорошо усвоен материал. Все уточняющие вопросы студентов приветствуются преподавателем.

На практических занятиях предлагаются разные виды заданий, помогающих усвоить введённые понятия.

Самостоятельная работа имеет важное значение в освоении курса. Во время самостоятельной работы студентов выявляются пробелы в усвоении материала. Для самостоятельной работы студентам предлагается использовать лекции и методические пособия, указанные в пункте 6.2.

Студентам будут предложены консультации преподавателя, где можно ещё раз разобрать непонятый материал.

Контроль над усвоением материала будет осуществляться в виде текущих проверочных работ после изучения каждой темы. Итоговой формой контроля является зачёт.

Выполнение домашних и самостоятельных работ влияет на оценку на зачёте.

8. Формы текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся.

8.1. Тематика рефератов.

Не предусмотрено.

8.2. Вопросы и задания для самостоятельной работы.

1. Какие из следующих пар множеств связаны отношением включения:

а) $A = \{x \in \mathbf{N} \mid x \leq 5\}; B = \{x \in \mathbf{R} \mid x \leq 5\}.$

б) $A = \{x \in \mathbf{Q} \mid x \leq 2\}; B = \{x \in \mathbf{N} \mid x \leq 4\}.$

2. На диаграмме заштрихуйте множества: $((A \cup C) \cap B) \setminus C.$

3. Пусть $U = \{1, \dots, 9\}, A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Найдите X , если известно, что: $\overline{X} \setminus A = \{7, 8, 9\}$ и $\overline{A} \cup X = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}.$

4. Перечислите элементы множеств X и Y , если известно, что:

$$X \setminus Y = \{a\}, X \cap Y = \emptyset, X \cup Y = \{a, b, c, d\}.$$

5. Решите задачу: Экзамен по математике сдавали 250 абитуриентов. Оценку ниже 5 получили 180 человек, а выдержали экзамен – 210. Сколько человек получили оценки 3 и 4?

6. Докажите ассоциативность операции пересечения над множествами:

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

7. Докажите дистрибутивность операции пересечения относительно операции объединения:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

8. Докажите тождества: $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}, \quad \overline{A \setminus B} = \overline{A} \cup B; \quad B \cup (A \setminus B) = A \cup B;$
 $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B; \quad A \setminus B = A \setminus (A \cap B).$

9. Решите:

а) $(m + 17)! = 420(m + 15)!$

б) $C_x^2 = 21;$ в) $A_x^3 = 56x;$

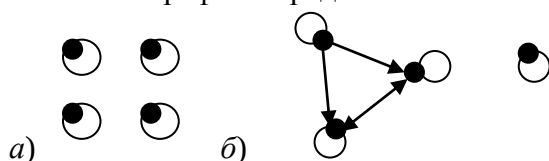
г) $A_x^2 = 42;$ д) $5C_x^3 = C_{x+2}^4$

10. Найдите:

а) члены разложения $(\sqrt{3} + \sqrt[3]{2})^9$, являющиеся целыми числами;

- б) член разложения $(\sqrt{x} + \sqrt{2})^{18}$, содержащий x^8 ;
 в) член разложения $(x^7 + 1)^{2009}$, содержащий x^{2009} .

11. Сформулируйте определения теоретико-множественных операций над бинарными отношениями, заданными на множестве A .
12. Докажите, что если в упорядоченном множестве существуют наименьший элемент, то он единственный.
13. Докажите, что диагональ Λ_A множества A является и эквивалентностью, и отношением порядка.
14. На $\mathbf{Z}$ заданы следующие б.о.: $\delta = \{(1, 3), (5, 5), (-2, 8)\}$; $\rho = \{(10, 3), (3, 10)\}$.
 Найдите: δ^{-1} , ρ^{-1} , $\delta \circ \rho$, $\rho \circ \delta$, δ^2 , ρ^2 .
15. По графам определите свойства бинарных отношений.



16. Укажите множество B так, чтобы бинарное отношение f являлось отображением A в B : а) $A = \mathbf{N}$, $f = \{(x, y) \mid y = x^2\}$; б) $A = \mathbf{N}$, $f = \{(x, y) \mid y = \frac{x+1}{x}\}$.
17. Исследуйте свойства инъективности, сюръективности и биективности следующих функций:
 $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$,
 а) $f(x) = x^2 + 3x + 5$;
 б) $f(x) = x^{15}(x^2 - 1)$;
 в) $f(x) = 2^{3x+1}$.
18. Докажите, что если отображение $f: A \rightarrow B$ обратимо, то:
 а) $(f^{-1})^{-1} = f$; б) f^{-1} – биекция; в) $(f^{-1})^n = (f^n)^{-1}$.
19. Приведите примеры счётных подмножеств множества $\mathbf{N}$.
20. Найдите биографические данные о математиках, упоминаемых в курсе ВКМ.

8.3. Вопросы для самопроверки.

- Какая бинарная операция над множествами не обладает свойством коммутативности?
- Сколько элементов содержится в булеане 10-элементного множества?
- Перечислите элементы декартова произведения множеств $B = \{1, 2, 3\}$ и $A = \{a, c\}$.
- Что называется бинарным отношением, заданным на множестве A ?
- Пусть на множестве A задано бинарное отношение α . Чем отличаются бинарные отношения $\bar{\alpha}$ и α^{-1} ?
- Какое бинарное отношение называется отношением эквивалентности?
- Является ли отношение делимости на множестве целых чисел отношением порядка? Обоснуйте.
- Какое отображение называется сюръективным?
- Является ли отображение $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^+$, $f(x) = x^2 + 1$ биективным?

10. Каких сочетаний будет больше: из 10 элементов по 3 элемента или из 10 элементов по 7 элементов?
11. Сколько слагаемых в разложении $(a + b)^{101}$ по биному Ньютона?
12. Является ли множество натуральных чисел, кратных пяти равномощным множеству целых чисел, кратных 15?

8.4. Примеры тестов.

1.	Пусть заданы множества A и B . Элементами какого множества являются общие элементы множеств A и B ?		
	объединения $A \cup B$	пересечения $A \cap B$	разности $A \setminus B$
2.	Пусть во множестве A n элементов. Сколько элементов в булеане 2^A множества A ?		
	$n!$	n^2	2^n
3.	Пусть заданы множества $A = \{1, 2, 4\}$ и $B = \{a, b\}$. Какое из следующих множеств является декартовым произведением $B \times A$?		
	$\{1, 2, 4, a, b\}$	$\{a, 2a, 4a, b, 2b, 4b\}$	$\{(a, 1), (a, 2), (a, 4), (b, 1), (b, 2), (b, 4)\}$
4.	Пусть на множестве $A = \{1, 2, 5\}$ задано бинарное отношение $\beta = \{(1, 1), (1, 2), (2, 5), (5, 1)\}$. Какое из следующих бинарных отношений является дополнением $\bar{\beta}$ бинарного отношения β ?		
	$\{(1, 5), (2, 1), (2, 2), (5, 2), (5, 5)\}$	$\{(1, 5), (2, 1), (5, 2)\}$	$\{(1, 1), (2, 1), (5, 2), (1, 5)\}$
5.	Какое из следующих бинарных отношений, заданных на множестве $B = \{b, c, d, f\}$ является отношением эквивалентности?		
	$\{(b, b), (c, c), (d, d), (f, f)\}$	$\{(b, b), (c, c), (d, d), (f, f), (b, c)\}$	$\{(b, c), (c, b), (d, f), (d, f)\}$
6.	Какое из следующих бинарных отношений, заданных на множестве $C = \{a, b, c\}$ является отношением нестрогого линейного порядка на C ?		
	$\{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, a), (a, c)\}$	$\{(a, a), (b, c), (a, c)\}$	$\{(a, a), (b, b), (c, c), (a, b), (b, c), (a, c)\}$
7.	Какое из следующих отображений является биективным?		
	$f: \mathbf{N} \rightarrow \mathbf{N}; f(n) = 2n - 1$	$f: \mathbf{Z} \rightarrow \mathbf{N}; f(z) = 2z - 1$	$f: \mathbf{N} \rightarrow K, K - \text{множество нечётных натуральных чисел}; f(n) = 2n - 1$
8.	Какая из формул верна?		
	$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$	$(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 4ab^3 + b^4$	$(a + b)^4 = a^4 + 5a^2b + 10a^2b^2 + 5ab^2 + b^4$
9.	Число всех сочетаний из n элементов по k элементов равно ...		
	$\frac{n!}{k!(n-k)!}$	$\frac{n!}{(n-k)!}$	$\frac{k!}{(n-k)!}$
10.	Какие из следующих пар множеств равномощны?		
	$\mathbf{N}$ и $\mathbf{R}$	$\mathbf{N}$ и $\mathbf{Q}$	$\mathbf{Q}$ и $\mathbf{R}$

8.5. Перечень вопросов для промежуточной аттестации (к зачёту).

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Теорема о количестве элементов в булеане конечного множества.
3. Декартово произведение. Определения и примеры.
4. Бинарные отношения. Определение и примеры. Операции над б.о.
5. Докажите формулу: $(\alpha \circ \beta)^{-1} = \beta^{-1} \circ \alpha^{-1}$.
6. Отношение эквивалентности. Теорема о свойствах смежных классов по отношению эквивалентности.

7. Понятие отображения. Свойства отображений.
8. Теорема о композиции инъективных и сюръективных отображений.
9. Критерий обратимости отображения.
10. Теорема о взаимно однозначном соответствии между множеством разбиений и множеством эквивалентностей на заданном множестве.
11. Отношение порядка, примеры, свойства.
12. Вывод формул для вычисления количества перестановок, размещений, сочетаний.
13. Доказательство формулы бинома Ньютона.
14. Равномощные множества. Примеры. Лемма об отношении равномощности.

8.6. Темы для написания курсовой работы.

Не предусмотрено.

8.7. Формы контроля самостоятельной работы.

Студенты сдают задания самостоятельной работы на консультациях.

Рабочая программа учебной дисциплины составлена в соответствии с учебным планом, федеральным государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования по направлению подготовки **230400.62 – информационные системы и технологии.**

Рабочая программа учебной дисциплины составлена:

К.ф.-м.н., доцент кафедры математики,
теории и методики обучения математике _____ /А.И.Забарина/

К.ф.-м.н., доцент кафедры математики,
теории и методики обучения математике _____ /Е.А. Фомина/

Рабочая программа учебной дисциплины утверждена на заседании кафедры математики,
теории и методики обучения математике,
протокол №_____ от «___» _____ 2013 г.

Зав. кафедрой _____ /Э.Г. Гельфман/

Рабочая программа учебной дисциплины одобрена методической комиссией физико-математического факультета
протокол №_____ от «___» _____ 2013 г.

Председатель методической комиссии
физико-математического факультета _____ /Скрипко З.А./